

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НОВОСИБИРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ, НГУ)**

Утверждаю:

« _____ » _____ 201__ г.

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Рабочая программа дисциплины

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Направление подготовки

010200 – «Математика и компьютерные науки»

Квалификация (степень)

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Новосибирск – 2014 год

Аннотация рабочей программы

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» входит в Базовую часть Профессионального цикла ООП по направлениям подготовки 010200 – «Математика и компьютерные науки», все профили подготовки. Дисциплина реализуется на Механико-математическом факультете Новосибирского государственного университета кафедрой Дифференциальных уравнений ММФ НГУ.

Курс «Дифференциальные уравнения», с одной стороны, является общематематической дисциплиной, а с другой стороны выступает как продолжение и дополнение к курсу математического анализа. Дисциплина «Дифференциальные уравнения» предназначена для подготовки в области динамических систем и обучения навыкам использования этих знаний в дальнейшей исследовательской работе. Она является основной для дальнейшего изучения таких разделов математики, как уравнения математической физики, функциональный анализ, вычислительная математика. С другой стороны, хорошие знания по этому курсу необходимы студентам, изучающим теоретическую механику, механику сплошных сред и т.д.

Дисциплина нацелена на формирование общекультурных компетенций ОК-7, ОК-10, ОК-14, ОК-15 и профессиональных компетенций ПК-2 – ПК-10, ПК-13, ПК-14, ПК-16, ПК-26, ПК-27 и ПК-29.

В первой часть курса целенаправленно используется понятие матричной экспоненты при изучении задачи Коши и краевых задач для линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Вторая часть курса предназначена для подготовки в области теории бифуркаций периодических решений.

Преподавание дисциплины предусматривает следующие формы организации учебного процесса: лекции, практические занятия, контрольные работы, коллоквиумы, самостоятельная работа студента. Программой дисциплины предусмотрены следующие виды контроля: зачет (в конце 3-го семестра) и экзамен (в конце 4-го семестра). В течение каждого семестра выполняются контрольные работы (не реже одного раза в месяц) и принимаются коллоквиумы (1-2 коллоквиума в семестр).

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 академических часов (из них 136 аудиторных). Программой дисциплины предусмотрены 36 часов лекционных и 36 часов практических занятий в 3 семестре и 32 часа лекционных и 32 часа практических занятий в 4 семестре. Остальное время – различные виды самостоятельной работы, зачет и экзамен.

1. Цели освоения дисциплины

Курс «Дифференциальные уравнения» предназначен для студентов второго курса механико-математического факультета университета. Основной целью освоения дисциплины является изучение студентами основ теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

Для достижения поставленной цели выделяются следующие задачи: познакомить слушателей с основными понятиями и методами теории дифференциальных уравнений, дать представление о современном состоянии и развитии этой науки, в практической части курса сформировать у студентов навыки работы с методами качественного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений и простейших уравнений с частными производными. По окончании изучения указанной дисциплины студент должен

- овладеть основными понятиями и методами теории, научиться применять их при решении конкретных задач,
- уметь находить решения задач Коши и краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка и уравнений высокого порядка,
- исследовать устойчивость решений по Ляпунову,
- решать простейшие нелинейные уравнения и уравнения с частными производными первого порядка,
- ознакомиться с теорией бифуркаций коразмерности один, в частности, с бифуркацией Пуанкаре-Андронova-Хопфа.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» входит в Базовую часть Профессионального цикла ООП по направлению подготовки 010200 – «Математика и компьютерные науки», все профили подготовки.

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» опирается на следующие дисциплины данной ООП:

- Математический анализ (теория пределов, ряды, дифференцирование, интеграл Римана);
- Высшая алгебра (алгебраические системы уравнений, матрицы и детерминанты);
- Аналитическая геометрия (кривые и поверхности второго порядка, параметризация).

Результаты освоения дисциплины используются в следующих дисциплинах:

- Уравнения в частных производных;
- Теория функций комплексного переменного;
- Функциональный анализ;
- Вычислительная математика;
- Теоретическая механика;
- Механика сплошных сред.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

- общекультурные компетенции: ОК-7, ОК-10, ОК-14, ОК-15;
- профессиональные компетенции: ПК-2 – ПК-10, ПК-13, ПК-14, ПК-16, ПК-26, ПК-27, ПК-29.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- иметь представление о месте и роли изучаемой дисциплины среди других наук;
- знать основные положения теоретических разделов курса, их прикладное значение;
- уметь применять полученные знания для решения математических задач;
- владеть навыками применения основных теорем и методов теории дифференциальных уравнений.

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 часов.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)							Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекция	Практическое занятие	Контр. работа	Самост. работа	Коллоквиум	Зачет	Экзамен	
1	Системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Матричная экспонента.										
1.1	Примеры систем линейных дифференциальных уравнений. Векторно-матричные обозначения. Согласованные нормы векторов и матриц. Аналитическое	3	1	2	2		2				

	представление решения. Свойства матричной экспоненты.										
1.2	Задача Коши для систем линейных уравнений с постоянными коэффициентами. Существование и единственность решения задачи Коши. Непрерывная зависимость решения от начальных данных и коэффициентов системы.	3	2	2	2		2				
1.3	Фундаментальная матрица решений. Формула Лиувилля.	3	3	2	2		2				
1.4	Полиномиальное представление матричной экспоненты. Простейшая оценка матричной экспоненты. Матричная экспонента как матричный полином с коэффициентами, зависящими от времени. Оценка Гельфанда—Шилова.	3	4	2	2		2				
1.5	Вычисление матричной экспоненты на основе приведения матриц к жордановой форме.	3	5	2		2	2				Контрольная работа
2	Краевые задачи. Матрица Грина.										
2.1	Фундаментальная система решений уравнения высокого порядка. Определитель Бронского (вронскиан). Формула Лиувилля. Задача Коши для уравнения высокого порядка. Матрица Грамма.	3	6	2	2		2				
2.2	Краевая задачи на бесконечном интервале. Существование и единственность матрицы Грина.	3	7	2	2		2				
2.3	Общее решение неоднородной системы уравнений. Априорная оценка. Решение неоднородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами со специальными правыми частями. Решение задачи Коши.	3	8	2	2		2				
2.4	Краевая задача на отрезке. Условие разрешимости краевой задачи.	3	9	2	2		2				
2.5	Матрицы Грина краевой задачи на отрезке. Представление решения с помощью матрицы Грина. Краевая задача на отрезке для уравнения второго порядка, функция Грина.	3	10	2			2	2			Коллоквиум.
3	Квадратичные функции Ляпунова										
3.1	Устойчивость и асимптотическая устойчивость по Ляпунову. Устойчивость нулевого решения системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Пример Винограда для линейных систем с переменными коэффициентами.	3	11	2	2		2				
3.2	Матричное уравнение Ляпунова. Разрешимость матричного уравнения Ляпунова.	3	12	2	2		2				

3.3	Квадратичная функция Ляпунова. Двусторонняя оценка стремления к нулю решений линейных систем.	3	13	2	2		2				
3.4	Достаточные условия существования в целом решения векторного дифференциально уравнения.	3	14	2	2		2				
3.5	Теория устойчивости по первому приближению. Теоремы Ляпунова и Четаева о неустойчивости.	3	15	2	2		2				
4	Классификация фазовых портретов систем на плоскости										
4.1	Системы двух линейных уравнений. Классы подобия действительных 2×2 матриц. Фазовые портреты канонических систем обыкновенных дифференциальных уравнений на плоскости. Параметрический портрет линейной системы двух уравнений.	3	17	2		2	2				Контрольная работа
5	Системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Теория Флоке										
5.1	Системы линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Существование и единственность решения задачи Коши для систем неоднородных уравнений. Основные свойства решений. Формула Лиувилля. Метод вариации постоянных.	3	18	2	2		2				
5.2	Линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами. Теория Флоке. Устойчивость решений линейных систем с периодическими коэффициентами.	3	18	2	2		2				
		3	19							12	Зачет
6	Нелинейные обыкновенные дифференциальные уравнения.										
6.1	Существование и единственность решения нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Случай одного нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения. Доказательство теоремы существования и единственности: Теорема Пикара.	4	1	2	2		2				
6.2	Непрерывная и дифференцируемая зависимость решений от параметра. Теорема о продолжении решения.	4	2-3	4	2		4	2			Коллоквиум.
6.3	Метод малого параметра. Теорема Тихонова.	4	4	2	2		2				
7	Общая теория периодических решений.										
7.1	Существование периодического решения для одного обыкновенного дифференциального уравнения с периодической правой частью.	4	5	2	2		2				
7.2	Локальная теорема существования для систем нелинейных обыкновенных дифференциальных	4	6	2	2		2				

	уравнений. Лемма Адамара.											
7.3	Существования периодических решений для систем автономных нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Формулировка теоремы Брауэра о неподвижной точке. Точки входа (выхода) из области по отношению к системе уравнений. Топологический принцип Важевского.	4	7	2	2		2					
8	Теория бифуркаций периодического решения.											
8.1	Проблема бифуркации периодического решения для систем второго порядка.	4	8	2	2		2					
8.2	Переход от периодической краевой задачи к алгебраической. Условие периодичности. Теорема Андронова-Хопфа о рождении периодического решения из стационарной точки.	4	9-10	4	2	2	4					Контрольная работа
8.3	Пример линейной системы с малым параметром. Уравнение Ван дер Поля.	4	11	2	2		2					
9	Уравнения с частными производными первого порядка.											
9.1	Уравнения с частными производными первого порядка. Первые интегралы систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Независимые первые интегралы.	4	12-13	4	4		4					
9.2	Линейное однородное уравнение с частными производными первого порядка. Характеристики. Представление общего решения линейного однородного уравнения с частными производными. Задача Коши.	4	14	2	2		2					
9.3	Квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка.	4	15-16	4	2	2	4					Контрольная работа
		4	17								36	Экзамен
				58	56	6	70	4	12	36		

5. Образовательные технологии

Традиционная лекционно-семинарская система обучения.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

6.1. Перечень заданий для самостоятельной работы:

1. Докажите неравенства Куранта

$$\lambda_{\min}(A) \|y\|^2 \leq (Ay, y) \leq \lambda_{\max}(A) \|y\|^2.$$

Здесь $A(=A^*)$ – эрмитова матрица, $\lambda_{\min}(A)$ и $\lambda_{\max}(A)$ – наименьшее и наибольшее собственные значения матрицы A .

2. Найдите такие векторы y , на которых достигаются равенства в левом и правом неравенствах Куранта

$$\lambda_{\min}(A) \|y\|^2 \leq (Ay, y) \leq \lambda_{\max}(A) \|y\|^2.$$

3. Докажите неравенство $\|A\| \leq \|A\|_E$, где

$$\|A\| = \sqrt{\max_{\|y\|=1} (A^*Ay, y)}$$
 – операторная норма матрицы A ,

$$\|A\|_E = \sqrt{\sum_{i,j=1}^n |a_{ij}|^2}$$
 – евклидова норма матрицы $A = (a_{ij})$.

4. Докажите неравенство $\|A^m\| \leq \|A\|^m$, где A – квадратная матрица и $m > 0$ – целое число.

5. Докажите неравенство $\|Ay\| \leq \|A\| \cdot \|y\|$, где A – квадратная матрица порядка N и y – произвольный вектор из \mathbb{R}^N .

6. Докажите, что $\|A\| = 0 \Leftrightarrow A = 0_N$. Здесь A – квадратная матрица порядка N , 0_N – нулевая матрица порядка N .

7. Построить векторный ряд для решения задачи Коши для системы $y' = Ay$, где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad y(0) = y_0 = \begin{pmatrix} y_{10} \\ y_{20} \end{pmatrix}.$$

8. Построить векторный ряд для решения системы $y' = Ay$, где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad y(0) = y_0 = \begin{pmatrix} y_{10} \\ y_{20} \\ y_{30} \end{pmatrix}.$$

9. Доказать равномерную сходимость следующих рядов для $|t| \leq T < \infty$:

$$y_0 + \frac{t}{1!} Ay_0 + \dots + \frac{t^k}{k!} A^k y_0 + \dots \quad \text{и} \quad 0 + Ay_0 + \dots + \frac{t^{k-1}}{(k-1)!} A^{k-1} y_0 + \dots,$$

где y_0 – постоянный вектор, A – матрица порядка N с постоянными коэффициентами.

10. Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Покажите, что $e^{tA} \neq e^{tA} e^{tB}$.
11. Докажите, что для любых квадратных матриц A и B справедливо неравенство треугольника $\|A + B\| \leq \|A\| + \|B\|$.
12. Покажите, что $\{e^{t(A+B)} = e^{tA} e^{tB} \quad \forall t \in \mathbb{R}\} \Leftrightarrow AB = BA$.
13. Рассмотрим матричные полиномы $P(A) = \sum_{k=0}^n p_k A^k$, $Q(A) = \sum_{k=0}^l q_k A^k$, где p_i для $i = \overline{0, k}$ и q_j для $j = \overline{0, l}$ – некоторые постоянные. Покажите, что $e^{t(P+Q)} = e^{tP} e^{tQ}$.
14. Докажите, что для любой матрицы $A = (a_{ij})$ выполнено неравенство $|a_{ij}| \leq \|A\|$.
15. Доказать, что произведение двух верхних треугольных матриц будет снова верхней треугольной матрицей. Вывести отсюда утверждение, что матричная экспонента e^{tA} для любой верхней треугольной матрицы A будет тоже верхней треугольной матрицей.
16. Показать, что решение задачи Коши для матричного уравнения $X'(t) = X(t)B$, $X(0) = C$ дается формулой $X(t) = Ce^{Bt}$.
17. Если имеется решение системы уравнений $y' = Ay$ вида $y(t) = e^{\lambda_1 t} u_1 + e^{\lambda_2 t} u_2$, $\lambda_1 \neq \lambda_2$, то функция $e^{\lambda_i t} u_i$ для $i = 1, 2$ также является решением системы. Пусть имеется решение $y(t) = e^{\lambda t} (tu + v)$. Что можно сказать о показателе λ и векторах u и v , если u и v непропорциональны?
18. Показать, что решение задачи Коши для матричного уравнения $X'(t) = AX(t) + X(t)B$, $X(0) = C$ дается формулой $X(t) = e^{At} C e^{Bt}$.
19. Покажите, что если уравнение с вещественными коэффициентами $x^{(N)} + p_1 x^{(N-1)} + \dots + p_{N-1} x' + p_N x = 0$ имеет некрратные корни $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N$, среди которых есть пара комплексно сопряженных $(\tau_j, \tau_{j+1} = \bar{\tau}_j)$, то в фундаментальной системе решений можно комплексные экспоненты $e^{\tau_j t}$ и $e^{\bar{\tau}_j t}$ заменить парой вещественных решений $e^{\lambda t} \cos(\sigma t)$ и $e^{\lambda t} \sin(\sigma t)$ (предполагается, что $\tau_j = \lambda + i\sigma$).
20. Постройте для уравнения с вещественными коэффициентами и комплексными корнями вещественную фундаментальную систему, в случае, если среди корней есть кратные.
21. Покажите, что для уравнения с вещественными коэффициентами совокупность частных решений

$$x_1(t) = e^{\lambda_1 t}, \quad x_2(t) = \frac{t}{1!} e^{\lambda_1 t}, \dots, \quad x_{k_1}(t) = \frac{t^{k_1-1}}{(k_1-1)!} e^{\lambda_1 t},$$

$$x_{k_1+1}(t) = e^{\lambda_2 t}, \quad x_{k_1+2}(t) = \frac{t}{1!} e^{\lambda_2 t}, \dots, \quad x_{k_1+k_2}(t) = \frac{t^{k_2-1}}{(k_2-1)!} e^{\lambda_2 t}, \dots, \quad x_N(t) = \frac{t^{k_p-1}}{(k_p-1)!} e^{\lambda_p t},$$

образует фундаментальную систему решений, где числа $\tau = \lambda_i$ являются корнями кратности k_i для $i = 1, 2, \dots, p$, причем $\sum_{i=1}^p k_i = N$.

22. Докажите, что матричная экспонента e^{tA} непрерывно зависит от матрицы A .
23. Пусть дана система обыкновенных дифференциальных уравнений $y' = A(t)y$ с непрерывными коэффициентами на отрезке $[0, T]$. Известно, что на $[0, T]$ выполнено неравенство $\lambda_{\max}(A + A^*) \leq 0$. Предполагая, что на $[0, T]$ существуют решение задачи Коши $y' = A(t)y$, $y(0) = b$, $0 < t \leq T$, доказать, что $\|y(t)\| \leq \|b\|$ при $0 < t \leq T$.

24. Известно, что для любого решения задачи Коши

$$\begin{cases} y' = By, & t \in \mathbb{R}^1, \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

выполнено равенство $\|y(t)\|^2 = \|y_0\|^2$. Показать, что это справедливо в том и только том случае, когда $B^* = -B$ (B – постоянная матрица).

25. Показать, что решение матричного уравнения

$$\frac{d}{dt} X = AX + XB, \quad X(0) = C$$

дается равенством $X(t) = e^{tA} C e^{tB}$.

26. Покажите, что задача Коши $y' = y^{1/3}$, $y(0) = 0$, $t \geq 0$, имеет решение $y(t) = (2t/3)^{3/2}$. Докажите, что решение этой задачи Коши не единственно.

27. Убедитесь, что все решения задачи Коши для системы уравнений

$$\begin{cases} y_1' = -y_2 - y_1^3, & y_1(0) = y_{10}, \\ y_2' = y_1 - y_2^3, & y_2(0) = y_{20} \end{cases}$$

стремятся к точке $(0, 0)$ при $t \rightarrow \infty$.

28. Докажите, что любая фундаментальная матрица $Y(t)$ системы $y' = A(t)y$ может быть получена из любой другой $Y(t)$ умножением справа на некоторую невырожденную матрицу B .

29. Докажите, что если

$$\Delta = \det \begin{bmatrix} LY(a) \\ BY(b) \end{bmatrix}; \det Y(a) \neq 0,$$

то краевая задача $y' = A(t)y$, $Ly(a) = 0$, $Ry(b) = 0$ на отрезке $[a, b]$ имеет только нулевое решение. Здесь $Y(t)$ – фундаментальная матрица решений системы уравнений $y' = A(t)y$.

30. Доказать, что все нули решения уравнения $y'' + Q(x)y = 0$ являются изолированными точками.

31. Для системы двух нелинейных уравнений

$$\begin{cases} y_1' = \sin(y_1 + y_2), \\ y_2' = \cos(y_1 - y_2) \end{cases}$$

найти положения равновесия и исследовать их устойчивость по Ляпунову.

32. Найти решение следующей задачи Коши:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0, & t > 0, \quad x \in \mathbb{R}^1, \\ u(t, x)|_{t=0} = 5, & x \in \mathbb{R}^1. \end{cases}$$

33. Найти решение задачи Коши

$$\begin{cases} x \frac{\partial u}{\partial t} - (t+1) \frac{\partial u}{\partial x} = 0, & t > 0, \quad x \in \mathbb{R}^1, \\ u(t, x)|_{t=0} = x, & x \in \mathbb{R}^1. \end{cases}$$

34. Показать, что в следующих системах

$$(A) \begin{cases} x' = \mu x + y \\ y' = -x + \mu y - x^2 y \end{cases} \quad (B) \begin{cases} x' = \mu x + y - x^3 \\ y' = -x + \mu y + 2y^3 \end{cases} \quad (C) \begin{cases} x' = \mu x + y - x^2 \\ y' = -x + \mu y + 2y^2 \end{cases}$$

при $\mu = 0$ происходит бифуркация Андронова-Хопфа в стационарной точке $(0, 0)$.

6.2. Пример контрольной работы:

1. Найти производную решения задачи Коши по параметру $\frac{\partial y(x, \mu)}{\partial \mu}$ при $\mu = 0$:

$$y' = y - x + \mu x e^{2y}, \quad y(1) = 2 - \mu.$$

2. При каких $a \in \mathbb{R}$ стационарное решение $(x_s, y_s) = (0, 0)$ системы уравнений

$$\begin{cases} x' = ax + y + (1+a)x^2, \\ y' = x + ay, \end{cases}$$

(1) асимптотически устойчиво? (2) устойчиво, но не асимптотически?
(3) неустойчиво?

3. Для нелинейного дифференциального уравнения $x' = -x \sin^2 x$ найти все стационарные точки и исследовать их устойчивость.

4. Пусть $y \in \mathbb{R}$ и $f \in C^1$. Рассмотрим задачу Коши $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$. Доказать,

что производная решения по параметру $\frac{\partial y}{\partial y_0}(x) > 0$ для всех $x \in (-\infty, +\infty)$.

6.3. Примеры экзаменационных билетов:

Экзаменационный билет № 1.

1. Полиномиальное представление матричной экспоненты. Простейшая оценка

матричной экспоненты. Матричная экспонента как полином от A с коэффициентами, зависящими от t . Оценка Гельфанда-Шилова для матричной экспоненты

2. При каких a существует функция Грина краевой задачи $y'' + ay = 1$, $y(0) = 0$, $y(1) = 0$?

Экзаменационный билет № 2.

1. Точки входа (выхода) из области по отношению к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Топологический принцип Важевского.

2. Пусть задано однопараметрическое семейство матриц

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & -1 + \alpha \end{pmatrix}.$$

При каких вещественных значениях параметра α разрешимо матричное уравнение Ляпунова $HA + A^*H = -I$? При каких α решение H положительно определено?

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

1. С. К. Годунов, *Обыкновенные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами*. Том 1: *Краевые задачи*. Учебное пособие. Новосибирск: НГУ, 1994.
2. А. Ф. Филиппов, *Сборник задач по дифференциальным уравнениям*. М.: ЛКИ, 2011.
3. С. К. Годунов и др. *Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям*. Новосибирск: НГУ, 1986.
4. Г. А. Чумаков, Н. А. Чумакова. *Нелинейная динамика, бифуркации и хаос*. I. *Введение*. Учебное пособие. Новосибирск: НГУ, 2006.
5. И. Г. Петровский, *Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений*. М.: Либроком <http://www.ozon.ru/brand/857102/>, 2009.
6. В. И. Дмитриев, *Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям*. М.: КДУ, 2007.
7. Л. Э. Эльсгольц, *Дифференциальные уравнения: Учебник*. Изд. 6-е. М.: КомКнига, 2006.
8. Ф. Трикоми, *Дифференциальные уравнения*. М.: Едиториал УРСС <http://www.ozon.ru/brand/857102/>, 2010.

б) дополнительная литература:

1. К. О. Friedrichs, *Advanced Ordinary Differential Equations*. New York: Courant Institute of Math. Sciences, 1961.
2. Ф. Хартман, *Обыкновенные дифференциальные уравнения*. М.: Мир, 1970.
3. В. И. Арнольд, *Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений*. М.: МЦНМО, 2012.
4. Э. А. Коддингтон, Н. Левинсон, *Теория обыкновенных дифференциальных уравнений*. М.: ЛКИ, 2010.
5. Д. Эрроусмит, К. Плейс, *Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями*. М.: Мир, 1986.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Доска, мел.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО с учетом рекомендаций и ПрООП ВПО по направлению 010200 – «Математика и компьютерные науки», все профили подготовки.

Автор: _____ Чумаков Геннадий Александрович
доцент, к.ф.-м.н.,
с.н.с. ИМ СО РАН

Рецензент (ы) _____

Программа одобрена на заседании _____
от _____ года, протокол № _____