

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Лектор: профессор С.Б. Сорокин

4 семестр

1. Криволинейные координаты. Базис. Кобазис. Ковариантные и контравариантные компоненты вектора. Инвариантное представление вектора. Тензор. Диада. Диадный базис. Инвариантное представление тензора. Линейное отображение. Матрица тензора в заданном базисе. Метрический тензор. "Жонглирование" индексами. Инварианты тензора. Свертка тензоров. Критерий тензора.

2. Дифференцирование отображения. Градиент. Градиент скалярной функции. Градиент векторной функции. Дивергенция. "Дифференцирование" произведения. Ковариантная производная. Символы Кристоффеля. Свойства ковариантного дифференцирования. Интегральные теоремы: формула Стокса, формула Гаусса-Остроградского. Инвариантное определение градиента и дивергенции.

Финитные поля. Оператор. Основные гильбертовы пространства. Операторы, сопряженные по Лагранжу.

3. Сплошная среда, параметры сплошной среды. Лагранжево и эйлерово описания. Закон сохранения массы в эйлеровом описании.

Пример: задача фильтрации однородной жидкости. Замкнутая модель. Начально-краевая задача.

Закон сохранения массы в лагранжевом описании. Связь между эйлеровым и лагранжевым описаниями. Формула Эйлера. Законы сохранения как аксиомы механики сплошной среды.

Закон сохранения импульса. Тензор истинных напряжений. Дифференциальная форма закона сохранения импульса. Закон сохранения момента импульса и симметричность тензора истинных напряжений. Деформация. Тензор конечных деформаций Грина, тензор Альманси. Геометрически линейная упругая среда. Условие совместности деформаций. Физически линейная упругая среда.

Пример: Динамическая задача линейной теории упругости. Замкнутая модель. Начально-краевая задача.

Закон сохранения полной энергии. Тензор скоростей деформации. Принцип Фурье-Стокса.

Пример: Задача о распространении тепла в ограниченном объеме. Замкнутая модель. Начально-краевая задача.

Полная система законов сохранения. Определяющие соотношения. Замыкание модели. Уравнения состояния.

Пример: Идеальная двухпараметрическая сплошная среда.

4. Дивергентная форма дифференциальных законов сохранения. Интегральные законы сохранения. Линейные операторно-сопряженные модели. Эллиптическая, параболическая, гиперболическая задачи. Основные априорные оценки.

Литература

1. Бондарь В.Д. *Лекции по курсу "Введение в механику сплошных сред"*. Новосибирск: НГУ, 1967.
2. Победря Г.Е. *Лекции по тензорному анализу*. М.: МГУ, 1986.
3. Овсянников Л.В. *Введение в механику сплошных сред*. (учебное пособие для студентов НГУ; ч. I-II). Новосибирск: НГУ, 1977.
4. Мейз Дж. *Теория и задачи механики сплошных сред*. М.: Мир, 1974.
5. Седов Л.И. *Механика сплошной среды*. Т.1. Изд. 2-е. М.: Наука, 1973.
6. Седов Л.И. *Механика сплошной среды*. Т.2. М.: Наука, 1970.
7. Трусделл К. *Первоначальный курс рациональной механики*. М.: Мир, 1975.