

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2015 г.)

ВАРИАНТ 1.1

1. Найти экстремальные значения функции

$$f(x, y, z) = (x - 3)^2 + (y - 4)^2 + (z - 1)^2$$

при условии, что переменные x, y, z удовлетворяют условиям

$$x^2 + y^2 = (z - 1)^2 \quad \text{и} \quad -2 \leq z \leq 1.$$

2. Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора

$$P : x \rightarrow [a, [b, x]], \quad x \in \mathbb{R}^3.$$

Здесь $a = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, квадратные скобки — векторное произведение.

3. Известно, что прямые $l_1 : 2x - 3y + 2 = 0$, $l_2 : 2x - 3y - 10 = 0$ являются директрисами эллипса, один из фокусов которого находится в точке $P_0 = (1, 1)$. Найти уравнение эллипса.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2015 г.)

ВАРИАНТ 1.2

4. Найти объем части трехмерного пространства, ограниченной поверхностью:

$$\left(\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{25}\right)^2 = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}.$$

5. Отобразить с помощью дробно-линейной функции область

$$D = \{z : \operatorname{Im} z > 0, \quad |z - 5i| > 3\}$$

на кольцо $1 < |w| < R$. Определить число R .

6. Для решения задачи Коши

$$\begin{cases} x^2 y'' + 3xy' + 2 \sin y = \sqrt{2}, & x > 0, \\ y|_{x=1} = \frac{\pi}{2} - \mu, \\ y'|_{x=1} = 0 \end{cases}$$

найти $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu = \frac{\pi}{4}}$.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2015 г.)

ВАРИАНТ 2.1

1. Найти экстремальные значения функции

$$f(x, y, z) = (x - 5)^2 + (y + 4)^2 + (z - 10)^2$$

при условии, что переменные x, y, z удовлетворяют условиям

$$x^2 + y^2 = 9 \quad \text{и} \quad -4 \leq z \leq 2.$$

2. Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора

$$P : x \rightarrow [a, [b, x]], \quad x \in \mathbb{R}^3.$$

Здесь $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, квадратные скобки — векторное произведение.

3. Известно, что прямые $l_1 : 2x - 3y + 2 = 0$, $l_2 : 2x - 3y - 10 = 0$ являются директрисами гиперболы, один из фокусов которой находится в точке $P_0 = (-1, 1)$. Найти уравнение гиперболы.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2015 г.)

ВАРИАНТ 2.2

4. Найти объем части трехмерного пространства, ограниченной поверхностью:

$$\left(\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{36}\right)^2 = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} - \frac{z^2}{36}.$$

5. Отобразить с помощью дробно-линейной функции область

$$D = \{z : \operatorname{Re} z < 0, \quad |z + 5| > 4\}$$

на кольцо $1 < |w| < R$. Определить число R .

6. Для решения задачи Коши

$$\begin{cases} x^2 y'' - 5xy' + 3 \operatorname{tg} y = 3\sqrt{3}, & x > 0, \\ y|_{x=1} = \pi + \mu, \\ y'|_{x=1} = 0 \end{cases}$$

найти $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu = -\frac{2\pi}{3}}$.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2015 г.)

ВАРИАНТ 3.1

1. Найти экстремальные значения функции

$$f(x, y, z) = \sqrt{(x - 2015)^2 + y^2 + z^2}$$

при условии, что переменные x, y, z удовлетворяют условиям

$$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{1000} + \frac{z^2}{1000} = 1 \quad \text{и} \quad -5 \leq x.$$

2. Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора

$$P : x \rightarrow [a, [b, x]], \quad x \in \mathbb{R}^3.$$

Здесь $a = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, квадратные скобки — векторное произведение.

3. Известно, что прямые $l_1 : 3x - 5y + 6 = 0$, $l_2 : 3x - 5y - 26 = 0$ являются директрисами эллипса, один из фокусов которого находится в точке $P_0 = (1, 1)$. Найти уравнение эллипса.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2015 г.)

ВАРИАНТ 3.2

4. Найти объем части трехмерного пространства, ограниченной поверхностями:

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{25} = 1, \quad \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = \frac{z}{5}.$$

5. Отобразить с помощью дробно-линейной функции область

$$D = \{z : \operatorname{Re} z > 0, \quad |z - 5| > 3\}$$

на кольцо $1 < |w| < R$. Определить число R .

6. Для решения задачи Коши

$$\begin{cases} x^2 y'' - 3xy' + 4 \cos y = 2\sqrt{3}, & x > 0, \\ y|_{x=1} = \pi - \mu, \\ y'|_{x=1} = 0 \end{cases}$$

найти $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu = \frac{5\pi}{6}}$.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2015 г.)

ВАРИАНТ 4.1

1. Найти экстремальные значения функции

$$f(x, y, z) = (x - 2015)^2 + (y - 2015)^2 + (z - 2015)^2$$

при условии, что переменные x, y, z удовлетворяют условиям

$$x^2 + y^2 + z^2 = 100 \quad \text{и} \quad -7 \leq z \leq 5.$$

2. Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора

$$P : x \rightarrow [a, [b, x]], \quad x \in \mathbb{R}^3.$$

Здесь $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, квадратные скобки — векторное произведение.

3. Известно, что прямые $l_1 : 3x - 5y + 6 = 0$, $l_2 : 3x - 5y - 26 = 0$ являются директрисами гиперболы, один из фокусов которой находится в точке $F_0 = (-1, 1)$. Найти уравнение гиперболы.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2015 г.)

ВАРИАНТ 4.2

4. Найти объем части трехмерного пространства, ограниченной поверхностью:

$$\left(\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25}\right)^2 + \frac{z^4}{256} = 1.$$

5. Отобразить с помощью дробно-линейной функции область

$$D = \{z : \operatorname{Im} z < 0, \quad |z + 5i| > 4\}$$

на кольцо $1 < |w| < R$. Определить число R .

6. Для решения задачи Коши

$$\begin{cases} x^2 y'' + 5xy' - 2 \operatorname{ctg} y = -2\sqrt{3}, & x > 0, \\ y|_{x=1} = -\frac{\pi}{2} + \mu, \\ y'|_{x=1} = 0 \end{cases}$$

найти $\left. \frac{\partial y}{\partial \mu} \right|_{\mu = \frac{2\pi}{3}}$.