

## ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2014 г.)

### ВАРИАНТ 1.1

1. Определить область существования функции  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$  и исследовать ее на дифференцируемость. Найти значение производной  $f^{(2014)}(0)$ .
2. Найти  $\alpha \in \mathbb{R}$ , при которых матрица

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\alpha \\ 0 & \alpha & 0 \end{pmatrix}$$

подобна вещественной нормальной матрице. Указать её.

3. Найти уравнение плоскости, которая содержит прямую  $x = -1, z = 0$  и пересекает гиперболоид

$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1 + \frac{z^2}{12}$$

по эллипсу с отношением полуосей  $2\sqrt{3} : 1$ . Найти координаты центра данного эллипса.

## ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2014 г.)

### ВАРИАНТ 1.2

4. Вычислить интеграл

$$\int_C (2x - y) dy + \frac{dz}{z^4 + 1}$$

по кривой  $C$ , точки которой задаются следующими соотношениями:

$$x^2 + y^2 = 1, \quad x + y + z + 1 = 0, \quad z \geq 0.$$

Обход кривой  $C$  производится против часовой стрелки, если смотреть со стороны положительных  $z$ .

5. Найти

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{C_R} \frac{z^3 + 2z^2 + 3z + 2i}{2z^4 + 2z^2 + 4iz} dz,$$

где  $C_R$  — контур, обход которого совершается в положительном направлении, заданный уравнением  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = R^2$ .

6. Построить непродолжаемое решение задачи Коши

$$\begin{cases} y'' + 2e^{-3y} = 0, \\ y|_{t=1} = 0, \\ y'|_{t=1} = -\frac{2}{\sqrt{3}}. \end{cases}$$

Указать интервал существования решения.

## ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2014 г.)

### ВАРИАНТ 2.1

1. Определить область существования функции  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2n}$  и исследовать ее на дифференцируемость. Найти значение производной  $f^{(2014)}(0)$ .
2. Найти  $\alpha \in \mathbb{R}$ , при которых матрица

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & -1 \\ \alpha & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

подобна вещественной нормальной матрице. Указать её.

3. Найти уравнение плоскости, которая содержит прямую  $x = 1, z = 0$  и пересекает гиперболоид

$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1 + \frac{z^2}{36}$$

по эллипсу с отношением полуосей 6 : 1. Найти координаты центра данного эллипса.

## ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2014 г.)

### ВАРИАНТ 2.2

4. Вычислить интеграл

$$\int_C (x - y + 1) dy + \frac{dz}{z^3 + 1}$$

по кривой  $C$ , точки которой задаются следующими соотношениями:

$$x^2 + y^2 = 1, \quad x + y + z = 0, \quad z \geq 0.$$

Обход кривой  $C$  производится против часовой стрелки, если смотреть со стороны положительных  $z$ .

5. Найти

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{C_R} \frac{z^3 + 3z^2 - 4z - 2i}{3z^4 - 3z^2 - 6iz} dz,$$

где  $C_R$  — контур, обход которого совершается в положительном направлении, заданный уравнением  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = R^2$ .

6. Построить непродолжаемое решение задачи Коши

$$\begin{cases} y'' - 3e^{2y} = 0, \\ y|_{t=2} = 0, \\ y'|_{t=2} = -\sqrt{3}. \end{cases}$$

Указать интервал существования решения.

## ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2014 г.)

### ВАРИАНТ 3.1

1. Определить область существования функции  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$  и исследовать ее на дифференцируемость. Найти значение производной  $f^{(2014)}(0)$ .
2. Найти  $\alpha \in \mathbb{R}$ , при которых матрица

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -\alpha & 0 \\ \alpha & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

подобна вещественной нормальной матрице. Указать её.

3. Найти уравнение плоскости, которая содержит прямую  $x = -1, z = 0$  и пересекает гиперболоид

$$\frac{x^2}{3} + y^2 = 1 + \frac{z^2}{9}$$

по эллипсу с отношением полуосей  $3 : 1$ . Найти координаты центра данного эллипса.

## ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2014 г.)

### ВАРИАНТ 3.2

4. Вычислить интеграл

$$\int_C (x + 2y) dy + \frac{z^2 dz}{z^4 + 1}$$

по кривой  $C$ , точки которой задаются следующими соотношениями:

$$x^2 + y^2 = 1, \quad -x + y + z + 1 = 0, \quad z \geq 0.$$

Обход кривой  $C$  производится против часовой стрелки, если смотреть со стороны положительных  $z$ .

5. Найти

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{C_R} \frac{z^3 + 4z^2 + 3iz + 2}{4z^4 - 4iz^2 + 8z} dz,$$

где  $C_R$  — контур, обход которого совершается в положительном направлении, заданный уравнением  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = R^2$ .

6. Построить непродолжаемое решение задачи Коши

$$\begin{cases} y'' - e^{3y} = 0, \\ y|_{t=3} = 0, \\ y'|_{t=3} = -\sqrt{\frac{2}{3}}. \end{cases}$$

Указать интервал существования решения.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2014 г.)

ВАРИАНТ 4.1

1. Определить область существования функции  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^{2n}}{2n}$  и исследовать ее на дифференцируемость. Найти значение производной  $f^{(2014)}(0)$ .
2. Найти  $\alpha \in \mathbb{R}$ , при которых матрица

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & \alpha \\ 1 & 0 & 0 \\ \alpha & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

подобна вещественной нормальной матрице. Указать её.

3. Найти уравнение плоскости, которая содержит прямую  $x = 1$ ,  $z = 0$  и пересекает гиперболоид

$$\frac{x^2}{5} + y^2 = 1 + \frac{z^2}{45}$$

по эллипсу с отношением полуосей  $3\sqrt{5} : 1$ . Найти координаты центра данного эллипса.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ (2014 г.)

ВАРИАНТ 4.2

4. Вычислить интеграл

$$\int_C (x + y + 1) dy + \frac{z dz}{z^3 + 1}$$

по кривой  $C$ , точки которой задаются следующими соотношениями:

$$x^2 + y^2 = 1, \quad -x + y + z = 0, \quad z \geq 0.$$

Обход кривой  $C$  производится против часовой стрелки, если смотреть со стороны положительных  $z$ .

5. Найти

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{C_R} \frac{z^3 + 5z^2 - 4iz - 2}{5z^4 + 5iz^2 - 10z} dz,$$

где  $C_R$  — контур, обход которого совершается в положительном направлении, заданный уравнением  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = R^2$ .

6. Построить непродолжаемое решение задачи Коши

$$\begin{cases} y'' + 3e^{-4y} = 0, \\ y|_{t=4} = 0, \\ y'|_{t=4} = -\sqrt{\frac{3}{2}}. \end{cases}$$

Указать интервал существования решения.